:: Test 53

Partea I

1. Media aritmetică a numerelor 14, 21 şi 49 este _____.
2. Dacă media aritmetică a numerelor *a* şi *b* este 48, iar unul din ele este triplul celuilalt, atunci *a*=_____ si *b*=_____.
3. Un elev are la un obiect notele: 10, 9, 9, 8, 8, 8. Media notelor rotunjită la acel obiect este _____.
4. Câtul a două numere este $\frac{2}{3}$, iar media aritmetică a celor două numere este 25. Numerele sunt _____.
5. Media geometrică a numerelor 5 şi 45 este _____, iar a numerelor $\sqrt{12 \cdot \sqrt{729}}$ şi $\sqrt{120 + \sqrt{576}}$ este _____ .
6. Media aritmetică a două numere este 24, iar media lor geometrică este 12. Media armonică a celor două numere este______ .
7. Media aritmetică a numerelor a, b, c, d, e este 8, a numerelor a, b, c este 10, iar a numerelor c, d, e este 6. Numărul c este egal cu_____
8. Dacă $x = \sqrt{432} - \sqrt{75} - \sqrt{48}$ şi $y = \sqrt{243} + 2\sqrt{6} \cdot (-\sqrt{8})$, atunci $\sqrt{x \cdot y} =$______
9. Dacă $\frac{x}{4} = \frac{9}{x}$ şi $x \in Z$, atunci *x*=_____ .

Partea II

1. Se dau numerele: $a = 4\frac{2}{7} : \left(\frac{5}{14} + \frac{1}{12} \cdot 1\frac{3}{7}\right)$ şi $b = 3\frac{1}{4} + 2{,}4 \cdot 1\frac{9}{16}$. Să se calculeze media aritmetică, media geometrică şi media armonică a numerelor date; ordonați crescător mediile obținute.
2. Să se afle perimetrul unui dreptunghi care are dimensiunile egale cu m_a şi m_g a numerelor: $a = \left[5,(6) - 3\frac{3}{4} + 0{,}75\right] \cdot 1\frac{1}{2}$ şi $b = \left(\frac{1}{12}\right)^{-1} + \sqrt{116{,}64} : 2{,}7$.
3. Să se demonstreze că oricare ar fi numerele pozitive *a* şi *b* există inegalitatea:
   a. $\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{a \cdot b}$
   b. $\frac{a}{b} + \frac{b}{a} \geq 2$
   c. $(a+b)\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right) \geq 4$
   d. $(a+b)(b+c)(a+c) \geq 8abc, c > 0$
   e. $a^2 + b^2 + c^2 \geq ab + bc + ac, \forall a,b,c \in R$

:: Soluţii Test 53

Partea I

1. 28;
2. a=72; b=24;
3. 9;
4. a=20; b=30;
5. 15; $6\sqrt{6}$;
6. 6;
7. c=8;
8. 3;
9. $x \in \{\pm 6\}$;

Partea II

1. a=9; b=7; m_a=8; m_g=$3\sqrt{7}$; m_h=$\frac{63}{8}$; $m_h < m_g < m_a$;
2. $P_{dreptunghi}$=2(L + l); L=m_a=10; l=m_g=8; P=36; a=4; b=16;
3. a) $a;b > 0; \frac{a+b}{2} \geq \sqrt{a \cdot b} \Leftrightarrow a+b \geq 2\sqrt{a \cdot b} \Leftrightarrow a - 2\sqrt{a \cdot b} + b \geq 0 \Leftrightarrow \left(\sqrt{a} - \sqrt{b}\right)^2 \geq 0$;

   b) $a;b > 0; \frac{a}{b} + \frac{b}{a} \geq 2 \Leftrightarrow \frac{a^2+b^2}{ab} \geq 2 \Leftrightarrow a^2 + b^2 \geq 2ab \Leftrightarrow a^2 - 2ab + b^2 \geq 0 \Leftrightarrow (a-b)^2 \geq 0$, $\forall a;b > 0$

   c) $(a+b)\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right) \geq 4, \forall a;b > 0 \Leftrightarrow (a+b) \cdot \frac{a+b}{ab} \geq 4, \forall a;b > 0 \Leftrightarrow$
   $(a+b)^2 \geq 4ab, \forall a;b > 0 \Leftrightarrow (a-b)^2 \geq 0 \forall, a;b > 0$;

   d)
   $$\left.\begin{array}{r} a;b;c > 0 \\ a+b \geq 2\sqrt{a \cdot b} \\ b+c \geq 2\sqrt{b \cdot c} \\ a+c \geq 2\sqrt{a \cdot c} \end{array}\right\} \Rightarrow (a+b)(b+c)(a+c) \geq 8abc, \forall a;b;c > 0;$$

   e)
   $$\left.\begin{array}{r} a^2 + b^2 \geq 2ab \\ b^2 + c^2 \geq 2bc \\ a^2 + c^2 \geq 2ac \end{array}\right\} \Rightarrow 2a^2 + 2b^2 + 2c^2 \geq 2(ab + bc + ca) \Leftrightarrow$$
   $$\Leftrightarrow a^2 + b^2 + c^2 \geq ab + bc + ca, \forall a,b,c \in R$$